



**الف) بخش الزامی سوالات ۱ تا ۱۳**      **ب) بخش انتخابی سوالات ۱۴ تا ۱۷ (۲ سوال به انتخاب)**

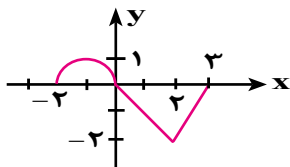
۰/۷۵

۱- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید: الف) تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی است.  
ب) اگر تابع  $f$  در  $x = a$  پیوسته باشد، آنگاه  $f$  در  $a$  مشتق پذیر است.  
پ) تابع  $f(x) = x^3 - 3x$  در بازه  $(1, -1)$  اکیداً صعودی است

۰/۷۵

۲- در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.  
الف) برد تابع  $y = \tan x$  برابر ..... است. ب) حد تابع  $f(x) = \frac{5x+4}{x^3+x-8}$  وقتی که  $x \rightarrow -\infty$  برابر ..... است.  
پ) تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  در  $x = 0$  مشتق پذیر نیست. خط  $x = 0$  را ..... منحنی می نامیم.

۰/۷۵



۳- نمودار تابع  $y = f(x)$  در شکل روبهرو رسم شده است.  
الف) نمودار تابع  $y = 3f(\frac{1}{3}x)$  را رسم کنید.  
ب) دامنه تابع  $y = 3f(\frac{1}{3}x)$  را تعیین کنید.

۱

۴- اگر  $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$  و  $f(x) = 3x - 4$  ضابطه تابع  $g(x)$  را به دست آورید.

۰/۷۵

$$y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{4} x$$

۵- دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع روبهرو را به دست آورید.

۱

۶- معادله مثلثاتی  $\cos x(2\cos x - 9) = 5$  را حل کنید.

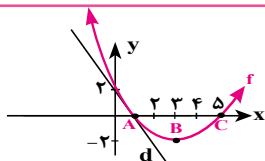
۱/۷۵

الف)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$

۷- حد توابع روبهرو را در صورت وجود محاسبه کنید.

۱



۸- در نمودار روبهرو خط  $d$  در نقطه  $x=1$  بر نمودار  $f$  مماس شده است.

الف) مشتق تابع  $f$  را در نقطه  $x=1$  محاسبه کنید.

ب) شیب نمودار را در نقاط  $B, C$  مقایسه کنید.

۱/۲۵

۹- به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع  $f(x) = |x^2 - 4|$  را در نقطه  $x = -2$  بررسی کنید.

۱/۷۵

۱۰- مشتق تابعهای زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف)  $f(x) = \left(\frac{-3x+1}{x^2+5}\right)^8$

ب)  $g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)(\sqrt{3x+2})$



۱/۵	۱۱- یک توده باکتری پس از $t$ ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی $1 \leq t \leq 4$ چند گرم افزایش می‌یابد؟ ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = 4$ چقدر است؟
۲/۲۵	۱۲- تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ در نظر بگیرید: الف) با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. ب) مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $f$ در بازه $[0, 3]$ در صورت وجود به دست آورید.
۱/۵	۱۳- هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت $32\text{cm}^2$ می‌باشد. هنگام طراحی قطع این کتاب لازم است حاشیه‌های بالا و پایین هر صفحه $2\text{cm}$ و حاشیه‌های کناری هر کدام یک سانتیمتر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.
۲	۱۴- کانون‌های یک بیضی نقاط $(3, 1)$ و $(5, 1)$ است. الف) فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی و معادله قطر بزرگ بیضی را بنویسید. ب) اگر $a = 6$ باشد، اندازه قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.
۲	۱۵- اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر $0/08$ و نوزاد دختر $0/03$ باشد و خانواده‌ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟
۲	۱۶- اگر $f(x) = \sqrt{4-2x}$ و $g(x) = x^2 + 2x - 1$ باشد، الف) دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $\frac{f}{g}(0) - g \circ f(2)$ را تعیین کنید.
۲	۱۷- اگر نقطه $(2, 1)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر $b$ و $d$ را به دست آورید.

(۴ نمره اختیاری می‌باشد)



۱- الف) درست

ب) نادرست

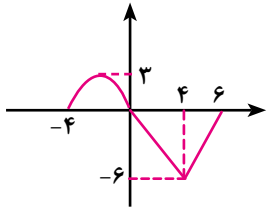
پ) نادرست

۲- الف) R

ب) صفر

پ) مماس قائم

۳- الف) کافی است نمودار f را در امتداد محور xها با ضریب ۲ منبسط کرده و در امتداد محور عرض‌ها ۳ برابر کنیم.

ب)  $D = [-4, 6]$ 

۴-  $f(g(x)) = 3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x + 14 \Rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 6$

۵-  $\max = |a| + c = 1 + \sqrt{3}$   
 $\min = -|a| + c = -1 + \sqrt{3}$   
 $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$

۶-  $2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$   
 $\cos x = 5$

۷-  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+1)(x+\sqrt{x+6})}{x^2 - x - 6} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+1)(x+\sqrt{x+6})}{(x+2)(x-3)}$   
 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{x-3} = \frac{-1}{0} = +\infty$

۸- الف)  $f'(1) = \frac{2-0}{0-1} = -2$  همان شیب خط مماس بر منحنی f در نقطه A است.

ب)  $m_a < m_c$

۹- تابع در  $x = -2$  پیوسته است.  
 $f_+^2(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-(x-2)(x+2)}{x+2} = 4$   
 $f_-^2(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{x+2} = -4$

۱۰- الف)  $f'(x) = 8 \left( \frac{-3x+1}{x^2+5} \right)^7 \times \left( \frac{-3(x^2+5) - 2x(-3x+1)}{(x^2+5)^2} \right)$   
ب)  $g'(x) = \left( -\frac{1}{x^2} \right) (\sqrt{3x+2}) + \left( \frac{1}{x} \right) \left( \frac{3}{2\sqrt{3x+2}} \right)$

-۱۱

$$\text{الف) } \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{m(t_2) - m(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{m(4) - m(1)}{4 - 1} = \frac{130 - 3}{4 - 1} = \frac{127}{3}$$

$$\text{ب) } m'(4) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2 \stackrel{t=4}{=} \frac{1}{4} + 96$$

-۱۲

$$\text{الف) } f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$$

$$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$-6(x^2 - x - 2) = 0$$

$$-6(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\text{ب) } f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [0, 3] \\ x = 2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$f(0) = -9 \text{ min}$$

$$f(2) = 11 \text{ max} \Rightarrow$$

$$f(3) = 0$$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
f'		-	+	-
f		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$
		-16	11	
		min	max	

-۱۳

$$xy = 32 \rightarrow f(x) = (y + 2)(x + 4) = \frac{128}{x} + 40 + 2x \rightarrow f'(x) = -\frac{128}{x^2} + 2 = 0$$

$$\rightarrow x = 8, y = 4$$

-۱۴

$$\text{الف) } O = \frac{F + F'}{2} \Rightarrow O = \begin{cases} \frac{1+1}{2} = 1 \\ \frac{3-5}{2} = -1 \end{cases} \quad FF' = |3 - (-5)| = 8 = 2C \Rightarrow C = 4$$

معادله قطر بزرگ:  $x = 1$

$$\text{ب) } b^2 = a^2 - c^2 = 36 - 16 = 20 \rightarrow b = \sqrt{20} \Rightarrow BB' = 2\sqrt{20} \quad \text{و} \quad e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$$

-۱۵

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{100} = \frac{11}{200} \quad \text{یا} \quad \text{فرزند}$$

۱/۲

پسر

۱/۲

دختر

سالم

۸/۱۰۰

مريض سالم

۳/۱۰۰

مريض

-۱۶

$$\text{الف) } D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in (-\infty, 2] \mid \sqrt{4 - 2x} \in \mathbf{R}\} = (-\infty, 2]$$

$$\text{ب) } \text{gof}(2) - \frac{f}{g}(0) = -1 - (-2) = 1$$

-۱۷

$$f'(x) = 3x^2 + 2bx$$

$$f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + 4b = 0 \Rightarrow b = -3$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 8 + 4b + d = 1 \Rightarrow d = 5$$