



۲	۱- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^3 + 5x + 4 = 0$ باشد، بدون حل معادله حاصل عبارت $\alpha^3 + \beta^3$ را به دست آورید.
۱	۲- معادله $\frac{x}{2-x} + \frac{2}{x} = 5$ را حل کنید :
۱	۳- نقاط $A(2,7)$ و $B(-6,1)$ دو انتهای قطر دایره‌ای هستند. مختصات مرکز و طول شعاع دایره را به دست آورید.
۱	۴- اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = x^3 + 3$ دامنه‌ی تابع fog را محاسبه کنید.
۲	۵- نمودار تابع f را چنان رسم کنید به طوری که: الف) f وارون پذیر نباشد. پ) موارد الف و ب صادق باشند.
۱	۶- وارون تابع $f(x) = \begin{cases} 2x+4 & x > 1 \\ 3x-1 & x \leq 1 \end{cases}$ را به دست آورید.
۱	۷- با استفاده از تابع معکوس، نمودار تابع $y = \log_2^{(x-2)}$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را به دست آورید.
۲	۸- تساوی روبه‌رو را ثابت کنید : $(a > 0, c > 0, c\pi/1, n\pi/0)$ $\log_c^a \frac{m}{n} = \frac{m}{n} \log_c^a$
۱	۹- معادله $A = 4 \log_2^{\sqrt{5}} - \log_2^3$ را حل کنید :
۱	۱۰- اگر (α در ربع دوم)، $\cot(\frac{-11\pi}{2} + \alpha) + 3\sin(7\pi - \alpha)$ حاصل $\cot\alpha = -3$ باشد.
۲	۱۱- نسبت‌های مثلثاتی زاویه 105° را حساب کنید.
۱	۱۲- نشان دهید برای هر زاویه α داریم : $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$
۱	۱۳- مقادیر m را چنان بیابید که بازه‌ی $(m-3, 2m+1)$ یک همسایگی $x=1$ باشد.
۱	۱۴- حد زیر را به دست آورید : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4}$
۲	۱۵- مقدار a و b را چنان تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x^2} & x > 0 \\ b-1 & x=0 \\ x-2a & x < 0 \end{cases}$ پیوسته باشد.
۲۰	جمع

$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

-۱

$$s = \alpha \cdot \beta = -\frac{b}{a} = -5$$

$$p = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = 4$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) = (-5)^2 - 2(4)(-5) = -125 + 60 = -65$$

$$\frac{x}{2-x} + \frac{2}{x} = 5$$

-۲

$$x^2 + 2(2-x) = 5x(2-x)$$

 معادله را در عبارت $(2-x)x$ ضرب می‌کنیم :

$$x^2 + 4 - 2x = 10x - 5x^2$$

$$6x^2 - 12x + 4 = 0$$

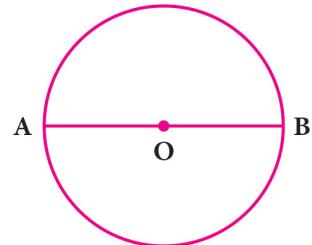
$$\Delta = 144 - 4(6)(4) = 144 - 96 = 48$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{12 \pm \sqrt{48}}{12} = \frac{12 \pm 4\sqrt{3}}{12} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

$$x_0 = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + (-6)}{2} = -2$$

-۳

$$y_0 = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4 + 1}{2} = 4 \text{ مرکز دایره } O(-2, 4)$$



$$\text{قطر } AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

$$AB = \sqrt{(2+6)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{64 + 9} = \sqrt{73} = 8\sqrt{2} \text{ اندازه قطر}$$

$$= 4\sqrt{2} \text{ اندازه شعاع دایره}$$

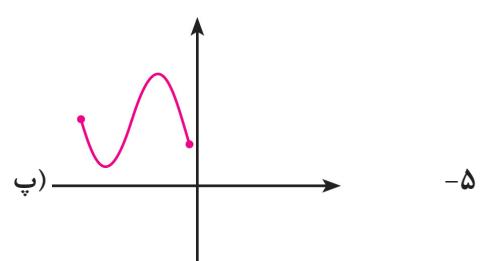
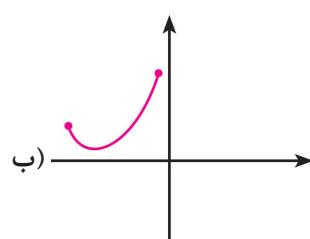
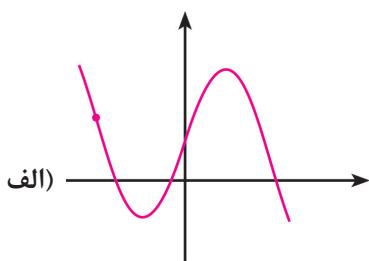
$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

-۴

$$g(x) = x^2 + 3$$

$$D_{(fog)(x)} = \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \right\} \quad , \quad D_f : x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \quad , \quad D_g = \mathbb{R} \quad , \quad D_{fog} = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 3 \geq 1 \right\}$$

$$x^2 + 3 \geq 1 \Rightarrow x^2 \geq -2 \quad (\text{همواره قابل قبول است.}) \Rightarrow D_{fog} = \mathbb{R}$$



$$y = 2x + 4 \quad x > 1 \quad y > 6$$

$$y = 3x - 1 \quad x \leq 1 \quad y \leq 2$$

-۶

$$2x = y - 4$$

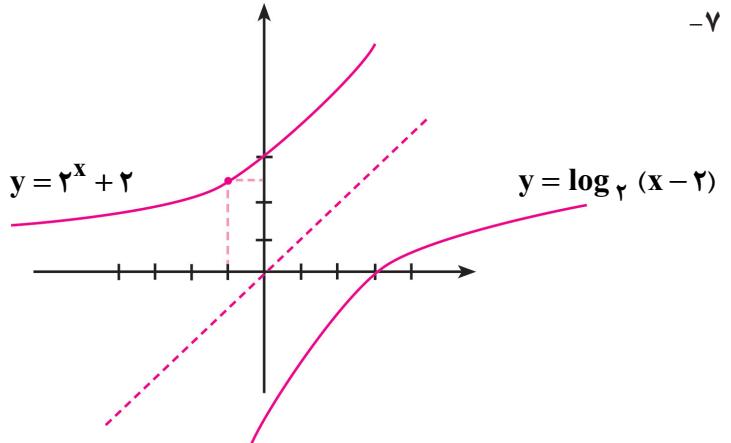
$$x = \frac{y+1}{3} \Rightarrow y = \frac{x+1}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-4}{2} & x > 6 \\ \frac{x+1}{3} & x \leq 2 \end{cases}$$

$$y = \log_{\gamma}(x-2) \Rightarrow (x-2) = \gamma^y \Rightarrow x = \gamma^y + 2$$

x	-1	+	1
y	$\frac{5}{2}$	3	4

دامنه: $x \in [2, +\infty)$



برد: $y \in \mathbb{R}$

$$\log_c^{\frac{m}{n}} = \frac{m}{n} \log_c^a \quad , \quad \log_c^{\frac{m}{n}} = x \Rightarrow a^{\frac{m}{n}} = c^x \quad , \quad \log_c^a = y \Rightarrow a = c^y$$

$$a^{\frac{m}{n}} = c^x \Rightarrow (c^y)^{\frac{m}{n}} = c^x \Rightarrow c^{\frac{my}{n}} = c^x \Rightarrow \frac{my}{n} = x \Rightarrow x = \frac{m}{n}y \Rightarrow \log_c^{\frac{m}{n}} = \frac{m}{n} \log_c^a$$

$$A = \gamma^{\log_{\gamma}^{\sqrt{\Delta}} - \log_{\gamma}^{\frac{\Delta}{\gamma}}} \Rightarrow A = (\gamma^{\gamma})^{\log_{\gamma}^{\frac{\sqrt{\Delta}}{\Delta}}} = \gamma^{\gamma \log_{\gamma}^{\frac{\sqrt{\Delta}}{\Delta}}} = \gamma^{\log_{\gamma}^{\frac{\Delta}{\gamma}}} = \frac{\Delta}{\gamma}$$

$$\cot \alpha = -\gamma \Rightarrow \tan \alpha = \frac{-1}{\gamma}, \quad \sin \gamma \alpha = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{1}{1 + \gamma} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{\sqrt{1 + 1}}{2}$$

$$\cot\left(\frac{-11\pi}{\gamma} + \alpha\right) + \gamma \sin(\gamma\pi + \alpha) =$$

$$\cot\left(-\gamma\pi + \frac{\pi}{\gamma} + \alpha\right) + \gamma \sin(\gamma\pi + \pi + \alpha) = \cot\left(\frac{\pi}{\gamma} + \alpha\right) + \gamma \sin(\pi + \alpha)$$

$$= -\tan \alpha - \gamma \sin \alpha = -\left(\frac{-1}{\gamma}\right) - \gamma \left(\frac{\sqrt{1 + 1}}{2}\right) = \frac{1}{\gamma} - \frac{\gamma \sqrt{1 + 1}}{2}$$

$$\sin(1+\delta^\circ) = \sin(\delta^\circ + 45^\circ) = \sin\delta^\circ \cos 45^\circ + \cos\delta^\circ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \quad -11$$

$$\cos(1+\delta^\circ) = \cos(\delta^\circ + 45^\circ) = \cos\delta^\circ \cos 45^\circ - \sin\delta^\circ \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$$

$$\tan(1+\delta^\circ) = \frac{\sin(1+\delta^\circ)}{\cos(1+\delta^\circ)} = \frac{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{6}} \quad , \quad \cot(1+\delta^\circ) = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \quad -12$$

$$\cos 2\alpha = \cos(\alpha + \alpha) = \cos\alpha \cdot \cos\alpha - \sin\alpha \cdot \sin\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$= \cos^2\alpha - (1 - \cos^2\alpha) = \cos^2\alpha - 1 + \cos^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\left. \begin{array}{l} m - 3 < 1 \Rightarrow m < 4 \\ 2m + 1 > 1 \Rightarrow 2m > -1 \Rightarrow m > -\frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{1}{2} < m < 4 \quad -13$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4} \times \frac{\sqrt{x+2} + 2}{\sqrt{x+2} + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2-4}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \frac{1}{4(4)} = \frac{1}{16} \quad -14$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x^2} & x > 0 \\ b-1 & x = 0 \\ x-2a & x < 0 \end{cases} \quad -15$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-\cos x}{x^2} \times \frac{1+\cos x}{1+\cos x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-\cos^2 x}{x^2(1+\cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 x}{x^2(1+\cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 x}{x^2} \times \frac{1}{1+\cos x} = 1 \times \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x-2a) = -2a$$

$$f(0) = b-1$$

$$\begin{cases} b-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{3}{2} \\ -2a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{4} \end{cases}$$