

فصل اول : مجموعه‌ها

درس اول : معرفی مجموعه

مجموعه چیست

هر دسته‌ی کاملاً مشخص و غیرتکراری از اشیاء را یک **مجموعه** می‌گویند و هریک از آن اشیاء را **عضو مجموعه** می‌نامند. منظور از عبارت «کاملاً مشخص» چیست؟ به مثال زیر توجه کنید:

کدام‌یک از تعریف‌های رو به رو، یک مجموعه را مشخص می‌کند: الف) چهار عدد زوج متوالی ب) اعداد اول یک رقمی
حل: تعریف «الف» دارای بی‌شمار جواب است، چون جواب‌ها می‌توانند سلیقه‌ای باشد.

۲ ، ۴ ، ۶ ، ۸ ۳۰ ، ۳۲ ، ۳۴ ، ۳۶ یا ۱۰۰۸ ، ۱۰۰۶ ، ۱۰۰۴ یا

بنابراین چهار عدد زوج متوالی نمی‌تواند یک مجموعه را مشخص کنند. اما تعریف «ب» یک مجموعه را مشخص می‌کند: ۷ ، ۵ ، ۳ ، ۲
 مجموعه‌ها را با حروف بزرگ انگلیسی A، B، C ... نامگذاری می‌کنند. عضوهای یک مجموعه را داخل این علامت‌ها { } قرار می‌دهند
 که به آن‌ها «**آکلاد**» می‌گویند.

A = {۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹}
 هریک از اعداد ۱، ۲، ۳ و ... و ۹ را عضو مجموعه‌ی A می‌گوییم. علامت عضویت یا عضو بودن در یک مجموعه را با نماد ∈ و علامت عضو نبودن در یک مجموعه را با نماد ∉ نشان می‌دهیم.

برای مثال در مجموعه A: عدد ۲ عضو مجموعه A است که به صورت ریاضی می‌نویسیم:
 ۲ ∈ A عدد ۱۰ عضو مجموعه A نیست که به صورت ریاضی می‌نویسیم:

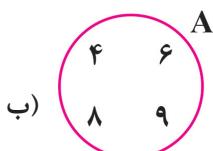
در مجموعه، ترتیب نوشتن عضوهای مهم نیست، یعنی جایه‌جایی عضوهای یک مجموعه، مجموعه جدیدی مشخص نمی‌شود.
 برای مثال مجموعه {۳، ۵، ۷} را می‌توان به صورت‌های زیر نشان داد: A = {۵، ۳، ۷} یا A = {۷، ۵، ۳} یا A = {۳، ۵، ۷}
 همان‌طور که در تعریف مجموعه گفتیم عضوهای یک مجموعه باید غیرتکراری باشند، پس در مجموعه، عضوهای تکراری فقط یک عضو حساب می‌شوند (یک بار نوشته می‌شوند).

A = {۲، ۳، ۵، ۲، ۵، ۷} دارای چهار عضو است، یعنی: {۲، ۳، ۵، ۷}

یکی از روش‌های نشان دادن مجموعه‌ها، نمایش هندسی یا «**نمودار ون**» است. در این روش عضوهای مجموعه را داخل یک منحنی بسته قرار می‌دهیم.

اگر A مجموعه‌ی اعداد مرکب یک رقمی باشد، آن را به دو صورت نمایش دهید.

$$A = \{4, 6, 8, 9\} \quad (\text{الف})$$



مجموعه‌ای که عضو نداشته باشد، **مجموعه تهی** نامیده می‌شود. مجموعه تهی را با نماد {} یا ∅ نمایش می‌دهیم. هیچ‌گاه مجموعه

تهی را با این نماد ∅ نشان ندهیم. (نادرست است)

هریک از مثال‌های زیر، **مجموعه تهی** را مشخص می‌کنند: الف) مجموعه انسان‌هایی که در کره مریخ زندگی می‌کنند.

ب) مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱ پ) مجموعه اعداد اول زوج دورقی

مجموعه‌ای که فقط دارای یک عضو باشد، **مجموعه یک عضوی** نامیده می‌شود. مانند مجموعه‌های زیر:

الف) مجموعه اعداد اول زوج B = {۰} ب) مجموعه اعداد صحیح که نه مثبت هستند و نه منفی

$$A = \{2\}$$

۱/۵

۱- الف) جای خالی را طوری پر کنید که مجموعه‌های زیر برابر باشند:

$$\left\{ \frac{0/72}{0/9}, (6, 36), \boxed{\quad}, \frac{121}{22} \right\} = \left\{ \sqrt{\frac{144}{4}}, -\frac{4/9}{0/8}, \boxed{\quad} \right\}$$

ب) صورت دیگر مجموعه‌ی روبه‌رو را با علائم و نماد ریاضی بنویسید:

$$G = \left\{ \left(\frac{-1}{2} \right)^x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 \leq x \leq 4 \right\}$$

پ) مجموعه‌ی روبه‌رو را با اعضاء مشخص کنید:

۱

۲- اگر داشته باشیم $A \cap B = \left\{ a, \frac{3}{5} \right\}$ و $A \cup B = \left\{ -4/2, a, \frac{3}{5}, 9 \right\}$ را با نمودار ون مشخص کنید.

۲

۳- دو مجموعه‌ی $F = \{ x \in W \mid x < 5 \}$ و $E = \{ x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 4 \}$ دو مجموعه را به تصادف انتخاب کنیم:الف) احتمال آن که عدد عضو $E - F$ باشد چه قدر است؟ب) احتمال این که عدد عضو $E - F$ باشد چه قدر است؟

پ) آیا دو پیشامد (الف) و (ب) هم شانس هستند؟ چرا؟

۱/۵

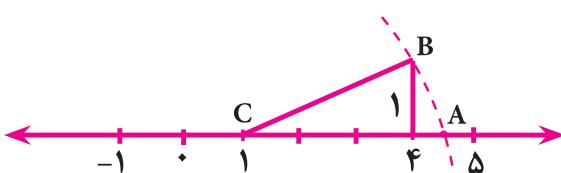
۴- در یک کیسه ۳ مهره آبی، ۶ مهره قرمز، ۲ مهره سبز و یک مهره بنفش وجود دارد. یک مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. احتمال این که:

الف) مهره خارج شده یکی از رنگ‌های آبی یا بنفش یا سبز باشد چه قدر است؟

ب) مهره خارج شده رنگ سبز نباشد چه قدر است؟

۱/۵

۵- الف) نقطه نمایش عدد گنگ روبه‌رو را روی محور اعداد حقیقی مشخص کنید:



ب) در شکل روبه‌رو نقطه A چه عددی را نشان می‌دهد:

۶

۶- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید:

$$(الف) |x| + 2 | -y | + y =$$

$$(ب) \sqrt{(-3 + \sqrt{11})^2} - |-5 - \sqrt{11}| =$$

(اگر $x > 0$ و $y < 0$ باشد)

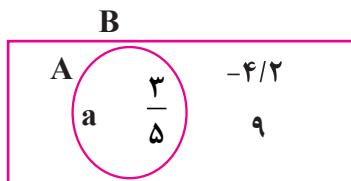
$$\text{الف) } \left\{ -4/9, 0/8, \frac{121}{22} \right\} = \left\{ -4/9, 0/8, \frac{121}{22} \right\}$$

-1

$$\text{ب) } F = \left\{ x \in \mathbf{Z} \mid -4 < x < 5 \right\}$$

$$\text{پ) } G = \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^0, \left(\frac{1}{2}\right)^1, \left(\frac{1}{2}\right)^2, \left(\frac{1}{2}\right)^3, \left(\frac{1}{2}\right)^4 \right\} = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16} \right\}$$

-2



$$\text{الف) } F = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \} \quad E = \{ -2, -1, 0, 1, 2 \} \quad n(S) = 7$$

-3

$$E - F = \{ -2, -1 \} \Rightarrow P(E - F) = \frac{n(E - F)}{n(S)} = \frac{2}{7}$$

$$\text{ب) } F - E = \{ 3, 4 \} \Rightarrow n(F - E) = 2, P(F - E) = \frac{2}{7}$$

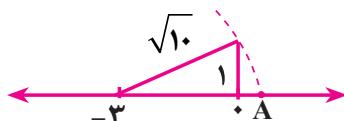
پ) بله، زیرا تعداد اعضای دو مجموعه با هم برابرند.

$$\text{الف) (کلاس ۱۲ مهره) } \frac{3}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

-4

$$\text{ب) } \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \Rightarrow \text{احتمال سبز نبودن} \Rightarrow 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

الف)



-5

$$\text{ب) } CB^2 = 3^2 + 1^2 = 10 \Rightarrow CB = \sqrt{10}$$

$$CA = CB \Rightarrow CA = \sqrt{10}$$

$$\text{A نقطه} = 1 + CA = 1 + \sqrt{10}$$

ادامه دارد ...